EDUCACIÓN MATEMÁTICA DESDE UNA PERSPECTIVA FEMINISTA.
ALGUNAS IDEAS PARA APLICAR EN EL AULA

Vanesa Calero Blanco
Tutora: Eulalia Pérez Sedeño

Curso de Postgrado "Ciencia, Tecnología y Sociedad: conocimiento y participación".
CSIC, Enero-Mayo 2014

INTRODUCCIÓN

La invisibilidad de las mujeres, en particular a lo largo de la historia de la ciencia y la tecnología, produce una distorsión histórica que es preciso considerar. Las mujeres siempre han estado ligadas a la ciencia, pero su invisibilidad ha sido notoria, bien porque no eran admitidas en la educación e investigación formal, bien porque a través de sus maridos, padres, hermanos, realizaban trabajos menos valorados por la institución científica de la época quedando relegadas a un segundo plano, etc. Es necesario visibilizar y valorizar el conocimiento construido por estas mujeres, y en esta labor las instituciones educativas juegan un papel fundamental.

Por eso, el objetivo principal del presente trabajo no es más que, a través de esta visibilización y valorización del conocimiento y las historias de estas mujeres, aportar algunas ideas para su introducción en el aula de matemáticas de bachillerato. Trabajando de esta manera por otro tipo de educación, una educación para la transformación social, por una formación integral de las personas desde una perspectiva feminista.

La estructura que se ha seguido es la siguiente: una primera parte donde se aporta la fundamentación del trabajo, desde el marco de estudios sobre ciencia, tecnología y feminismo; una segunda que presenta el marco educativo en el que nos movemos en este trabajo, entendiendo la educación como un proceso educativo donde trabajar por una formación integral de las personas; y una tercera parte, que es la que constituye el núcleo del trabajo, donde se ofrecen algunas ideas prácticas para aplicar en el aula de matemáticas a través de la historia de diferentes mujeres matemáticas y algunas de sus contribuciones a esta ciencia.

1. CIENCIA, TECNOLOGÍA Y FEMINISMO

A través de la concepción objetiva de la ciencia se ha esperado que esta produzca una acumulación de conocimiento objetivo acerca del mundo, que nos ayude a entenderlo y a modificarlo a nuestro antojo. Como una reacción académica contra esta concepción tradicional de la ciencia y de la tecnología, surge el movimiento Ciencia, Tecnología y Sociedad. No ahondaremos más en él, pero si dejaremos establecida su definición. *La expresión "ciencia, tecnología y sociedad" (CTS) suele definir un ámbito de trabajo académico cuyo objeto de estudio está constituido por los aspectos sociales de la ciencia y la tecnología, tanto en lo que concierne a los factores sociales que influyen sobre el cambio científico-tecnológico, como en lo que atañe a las consecuencias sociales y ambientales* (Marino et al, 2001). Y tras este movimiento han surgido nuevas tendencias educativas sobre este tema a tener en cuenta desde las instituciones educativas.

Ya en la Cumbre de Budapest[1], en las consideraciones existía un punto donde decía *"Punto 24. que existe un desequilibrio tradicional en la participación de hombres y mujeres en todas las actividades relacionadas con la ciencia"*, y respecto a esto se proclamaba *"Punto 42. La igualdad de acceso a la ciencia no sólo es una exigencia social y ética para el desarrollo humano, sino que además constituye una necesidad para explotar plenamente el potencial de las comunidades científicas de todo el mundo y orientar el progreso científico de manera que se satisfagan las necesidades de la humanidad. Habría que resolver con urgencia los problemas con que las mujeres, que constituyen más de la mitad de la población mundial, tienen que enfrentarse para emprender carreras científicas, proseguirlas, obtener promociones en ellas y participar en la adopción de decisiones en materia de ciencia y tecnología. Asimismo, urge tratar de resolver las dificultades que suponen obstáculos para los grupos desfavorecidos e impiden su plena y efectiva participación."*

Enlazamos así con los estudios de Ciencia, Tecnología y Género, los cuales no deberían verse con una subdisciplina de los estudios CTS, pues abordan cuestiones centrales para el mismo, como son las conexiones entre el conocimiento y los factores sociales o la reforma de la educación cientifico-tecnológica.

Los estudios sobre ciencia, tecnología y género, dentro de su heterogeneidad, comparten un objetivo político: la oposición al sexismo y androcentrismo reflejados en la práctica científica. Este tipo de análisis se han desarrollado de formas diversamente sofisticadas siguiendo los caminos marcados por la filosofía general, el pensamiento político y la filosofía de la ciencia, pero todos ellos reconocen un pasado común ligado a la segunda ola del movimiento feminista, el movimiento de liberación de la mujer de los años 60 y 70 (González García, 1998b, en González García y Pérez Sedeño, 2002)

La discusión feminista sobre la ciencia y la tecnología comienza con el reconocimiento de la escasez de mujeres en las ciencias y asciende hasta cuestiones de transcendencia epistemológica, es decir, sobre la posibilidad y justificación del conocimiento y el papel del sujeto cognoscente. De ahí que los estudios que se engloban bajo este nombre (CTG) tienen en común ocuparse de la situación de la mujer en la ciencia y la tecnología, documentar su ausencia y presencia en la historia del desarrollo científico-tecnológico, explicar esta situación y proponer estrategias institucionales y educativas para una incorporación más plena de la mujer en estos campos (Pérez Sedeño, 1998 a, en González García y Pérez Sedeño, 2002)

En este trabajo utilizaremos todo el tiempo el término perspectiva feminista o feminismo, sabiendo que el término feminismo es muy amplio, y que más bien debería decirse feminismos, al igual que ciencias, tecnologías o mujeres, y no en singular, visibilizando de esta manera la diversidad que

1 Cumbre que se celebró en Budapest del 26 de junio al 1 de julio de 1999, y de donde se salió sin compromisos concretos de carácter legal o económico, pero se consiguió producir un consenso mundial sobre el texto de la Declaración y el perfil que debería adoptar ese nuevo contrato social para la ciencia, un consenso donde las cuestiones éticas y la participación pública adquirieron un lugar predominante, y donde los estudios CTS son una herramienta valiosa para este fin.

existe bajo estas palabras, valorizando por igual todas ellas. En este trabajo nos referiremos al feminismo simplemente como esa propuesta de análisis o teoría crítica que enriquece los estudios sobre ciencia y tecnología en este caso.

Si volvemos a la cualidad que comentábamos al comienzo de objetividad de la ciencia, esta supone neutralidad, autonomía e imparcialidad. Cualidades estas que desde el feminismo se cuestionan, pues *la perspectiva feminista ha tenido como consecuencia clave en la historia de la ciencia y la tecnología el reconsiderar el propio objeto de estudio: qué se considera ciencia y tecnología y qué actividades y fenómenos hay que tener en cuenta a la hora de estudiar su desarrollo* (Pérez Sedeño, 2008).

Esto es, siguiendo la línea de Pérez Sedeño, desde el feminismo se hace una revisión de la noción subyacente de la ciencia, entendiéndola como las relaciones complejas entre supuestos básicos de las personas científicas y su práctica científica. Se hace una separación entre objetividad y subjetividad, a través de una reconfiguración del sujeto de conocimiento, algo que normalmente se ha hecho desde las epistemologías feministas. Epistemologías[2], que aunque cada una ponga el foco de estudio en un aspecto o en otro, todas ellas están de acuerdo en lo siguiente:

- el carácter situado del conocimiento y la práctica tecnocientífica. Esto es, este conocimiento y práctica a qué afecta y cómo se conoce;
- la relevancia del sujeto, remarcando de esta forma la importancia de las diferencias existentes entre quien sea el sujeto de conocimiento;
- las implicaciones políticas de la tecnociencia.

Por tanto, desde una perspectiva feminista de la ciencia si se considera que los valores contextuales, o más en concreto ideológico-políticos, son constricciones relevantes en el razonamiento y la interpretación que conforman el conocimiento. Esto es, cómo se conforma el conocimiento, quién lo hace, y en qué condiciones, es absolutamente relevante.

La ciencia y la tecnología feministas trabajan bajo unos valores feministas, al igual que la ciencia y la tecnología supuestamente objetivas, que lo hacen sobre otros. La única diferencia es que la primera lo afirma explícitamente y la segunda se mueve en unos valores que tenemos interiorizados de manera que estén normalizados en nuestra sociedad. Valores estos además, que deciden qué se investiga y qué no, a qué respuestas intentamos responder desde la ciencia y la tecnología y a cuales no, etc.

Y esta misma subjetividad se produce así mismo, en la producción de la historia de la ciencia, quién escribe según qué cosas, en qué condiciones, qué decide anotar y qué no, etc., y toda la subyetividad que ello conyeva en la historia que luego nos llega. Historia sesgada tanto por exceso como por defecto.

Enlazando con el punto siguiente, una de las áreas de investigación más importante dentro de los estudios sobre ciencia y género la constituye la enseñanza de las ciencias y la tecnología y la transformación de los correspondientes currícula. Qué enseñar y cómo hacerlo son los retos pedagógicos planteados desde el feminismo.

2. MARCO EDUCATIVO

El marco educativo en el que se enmarca este trabajo es el de la educación para el desarrollo, entendida esta como ese *proceso educativo encaminado a generar conciencia crítica sobre la realidad mundial y a facilitar herramientas para la participación y la transformación social en claves de justicia y solidaridad. La educación para el desarrollo pretende construir una ciudadanía global crítica, políticamente activa y socialmente comprometida con un desarrollo humano justo y equitativo para todas las comunidades del planeta*. (Baselga et al, 1999)

2 Para profundizar más en epistemologías feministas véase Harding, Sandra (1996): *Ciencia y Feminismo*

En los últimos años, desde algunos círculos se habla más de educación para la transformación social que de educación para el desarrollo, remarcando la idea de esa construcción de ciudadanía global. Y dentro de este enfoque enmarcamos este trabajo, haciendo hincapié en esa necesidad de formación integral de las personas, en este caso desde la enseñanza formal de las matemáticas, siempre desde un enfoque feminista.

Dentro de la estela educativa de esta concepción encontramos la coeducación. Entendida esta como *la fusión de las pautas culturales "femeninas" y "masculinas" en un proceso integral de la persona, supone la corrección de los estereotipos sexistas para promover la igualdad entre los géneros* (Salvador y Molero, 2008).

Y si hablamos de coeducación es porque consideramos que el punto de partida, tanto de acceso a la educación como de promoción en el mundo educativo, no es el mismo para mujeres que para hombres. Como se explica claramente en el texto de Subirats y Brullet (1988), donde comentan que el debate sobre la educación de los niños ha tratado básicamente de cómo han de ser educados por la escuela, a diferencia del debate sobre la educación de las niñas que ha consistido en si deben, o no, recibir una educación escolar. De ahí que el punto de partida sea diferente, y como muchos autores muestran, las niñas han accedido a una educación estructurada para los niños y se han tenido que amoldar a ella.

Por tanto, esas formas de discriminación por cuestión de género que había en su momento han cambiado, tanto en el sistema educativo como fuera de él. Las mujeres acceden cada vez más a la igualdad formal, pero ello no supone que realmente tengan las mismas posibilidades que los hombres. Y como decimos, las formas de discriminación han cambiado, si, y lo han hecho a formas más sutiles, menos evidentes, que hacen que el mayor riesgo esté precisamente aquí. Pues nos encontramos en una situación camuflada epidérmicamente de igualdad, vivimos momentos en los que la desigualdad de género se cree superada, y esta creencia no hace más que ayudar a consolidar esta situación.

Por dar algunas cifras actuales, centrándonos ya en el área de matemáticas, en nuestros días, como comenta Bayer (2004), si bien el número de mujeres que se doctoran en matemáticas y que después ejercen la docencia e investigación ha crecido espectacularmente, cabe decir que la presencia de mujeres matemáticas en centros de investigación internacionales, en conferencias plenarias de congresos, en comités científicos de congresos y en comités editoriales de revistas de investigación es todavía muy escasa . Y ni qué decir tiene que ninguna mujer ha ganado hasta la fecha ninguna medalla Fields (el equivalente a los premios Nobel de matemáticas).

Y estas desigualdades que luego se manifiestan hay que comenzar trabajándolas desde la escuela. En este contexto, si analizamos el material utilizado en la educación actual, los libros de texto tienen mucho que decir. El papel que se le da a la mujer en estos es un elemento imprescindible en la educación del alumnado y es el material con el que se relacionan día a día, y en él encuentran a través de sus imágenes y textos a la mujer en un papel relegado a tareas supuestamente consideradas "femeninas", donde por supuesto no entra la dedicación a la ciencia o la tecnología como una actividad profesional para las mujeres. Es verdad que este papel cada vez ha ido evolucionando, pero aún a día de hoy es difícil ver libros de texto donde las mujeres sean representadas de forma igualitaria.

Si nos vamos a los libros de texto de matemáticas, la visibilización de las mujeres matemáticas es desconsoladora. Raramente aparece una sola mujer y cuando aparece el nombre de alguna es en un porcentaje tan ínfimo respecto a sus compañeros varones que se diluye completamente.

Pero no es sólo a través de los libros de texto donde nos podemos encontrar con estereotipos o invisibilización de parte de la historia, en este caso, matemática. Sino también a través de lo que se conoce como el *currículum oculto*, esas normas y actitudes transmitidos de manera inconsciente, como la valoración de los patrones masculinos en detrimento de los femeninos; o también en el lenguaje empleado en el aula, que se dirija exclusivamente al género masculino silenciando la presencia femenina.

El papel de la educación en la generación de conocimientos y saberes, y en la valorización de unos sobre otros es fundamental. Esto implica una mirada crítica a la historia que nos presentan, siendo conscientes de qué se nos ha mostrado a través de esta historia y, sobre todo, de qué no.

Si hablamos ahora desde el aula de matemáticas, la persona docente debe pensar que no está formando matemáticos o matemáticas, sino ciudadanía, y en esa ciudadanía debemos pensar cuando confeccionamos currículos o preparamos las clases. Las matemáticas son un elemento muy útil para entender la realidad, pero hay que ser capaz de saber transmitirla y que las clases de esta asignatura no se conviertan en un auténtico suplicio para muchos y muchas estudiantes donde no hacen más que acumular cálculos y formas de hacer diferentes operaciones a las que pocos ven algún sentido.

Si explicamos las matemáticas no sólo desde la práctica y la utilidad que tienen sus conocimientos, sino desde su propia historia, entendiendo cómo se generaron estos conocimientos, en qué circunstancias y por parte de qué grupos o personas, nos ayudará enormemente a entender los diferentes conceptos que se tratan en el aula. Y además tendremos la ocasión perfecta para hacer algo de justicia a la historia matemática introduciendo diferentes mujeres de las que muy pocos, por no decir ningún, libro de texto hace justicia.

3. ALGUNAS IDEAS A APLICAR EN EL AULA DE MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS

Antes de pasar al núcleo del trabajo, comentaremos de forma breve algunas otras ideas para aplicar en el aula, ideas que pueden fomentar una educación igualitaria y transformadora a través de las matemáticas.

La educación matemática, a través de las competencias educativas es una opción que, inmersa en el currículum explícito de la educación formal, nos permite diferentes maneras de, a la vez que trabajamos las matemáticas, trabajar por una formación integral del alumnado. Así, a través de la competencia en comunicación, podemos aplicar la expresión en lenguaje matemático, verbalizando los conocimientos que se van adquiriendo. De este modo el alumnado va desplegando los procesos mentales utilizados, y además, ayuda a la comprensión, pues no se aprende verdaderamente algo hasta que no se sabe comunicar.

A través de la resolución de problemas y regulación de conflictos se puede fomentar un aprendizaje colaborativo, en lugar de uno basado en la competencia, donde las relaciones que se establecen entre el alumnado son clave para la formación de personas. De esta forma también se pueden incorporar las competencias emocionales, a través del trabajo de eliminación de bloqueos y ansiedades que en muchas ocasiones produce el estudio de las matemáticas. Denostar el tan temido error en la clase de matemáticas y cambiarlo por, como expresan Molero y Salvador (2008), hacer matemáticas en la clase de matemáticas. *La idea de que en las matemáticas sólo existe la situación de verdadero o falso, acierto o error, provoca el bloqueo ante una situación que no permite una elaboración de la respuesta, una ansiedad ante esas matemáticas. Por esta razón en el aula de matemáticas podemos trabajar unas matemáticas abiertas, con problemas e investigaciones que no sean de una única respuesta, donde el alumnado pueda hacerse preguntas y pueda elegir diferentes caminos, donde el error no sea castigado sino que pueda promover nuevas investigaciones y mejorar el aprendizaje*
La enseñanza tradicional de docente que explica y alumno/a que recibe la enseñanza de forma pasiva refuerza la tradicional pasividad de las chicas. Crear dentro del aula un lugar donde alumnos y alumnas tengan tiempo para reflexionar, abstraer y hagan un trabajo intelectual es conveniente para todos, pero beneficia al proyecto sin discriminación de la mujer (...). Hagamos matemáticas en la clase de matemáticas y demos a nuestros alumnos y alumnas ocasiones de desarrollar su pensamiento matemático (Salvador y Molero, 2008).

De este modo, además, no sólo estaremos fomentando el pensamiento matemático, sino también el pensamiento crítico, autónomo, y así desarrollar también la competencia crítica, viendo que no existe una única solución para cada problema al que nos enfrentamos, sino que siempre entran en juego diferentes miradas y formas de enfrentarse a un problema o situación determinada.

Llegamos así a la última de las ideas a aplicar en clase, hacer matemáticas en el aula de matemáticas a través de la historia de las matemáticas, de cómo se han generado esos conocimientos, por parte de quién y en qué circunstancias. Aprender conocimientos matemáticos a través de la comprensión y el conocimiento de su evolución histórica, lo que sin duda facilitará y ayudará a su comprensión e interiorización.

Este punto es el núcleo del presente trabajo, y en él vamos a seguir, de manera muy general, el temario principal de la asignatura matemáticas que se da en bachillerato, separándolo en los tres grandes bloques de los que consta el temario común (es decir, primero y segundo de bachillerato, tanto la opción de ciencias como la de sociales). Esto es, álgebra, geometría y análisis[3].

Aunque lo separamos en bloques para facilitar el trabajo, las matemáticas no hay que verlas como desligados unos campos de otros, sino como conceptos todos ellos interrelacionados. Pero en este caso, para facilitar la posterior aplicación en el aula lo hacemos siguiendo el habitual esquema que siguen los libros de texto de esta materia.

De igual modo, por la extensión de este trabajo sólo nombraremos a unas pocas de estas mujeres, mujeres que al igual que en una clase de matemáticas de secundaria o bachillerato preguntas quién es Arquímedes, Newton, Gauss, o Pitágoras, y al menos el nombre les dice algo, igual debería ser con el de algunas de estas mujeres. Así, seguiremos la historia de cada uno de estos bloques a través de una o dos mujeres matemáticas que realizaron importantes contribuciones en cada una de estas áreas respectivamente. De esta manera, el objetivo de este punto es visibilizar y valorizar el trabajo realizado por diferentes mujeres matemáticas y su posibilidad de imbuirlo dentro del temario que se da de esta materia en la enseñanza de bachillerato.

- **ÁLGEBRA**

En el bloque de álgebra que se da en bachillerato fundamentalmente se aprende a calcular con matrices, determinantes, y resolución de sistemas de ecuaciones según diferentes métodos, como el de Gauss-Jordan o el de Cramer. Así mismo, principalmente en el primer curso de bachillerato, también se refuerzan conceptos básicos para operar con números reales. Se da bastante importancia a las operaciones a través de estas herramientas matemáticas pero, por lo general, no se trabaja a través de la axiomatización de conceptos y del pensamiento abstracto.

En este bloque proponemos dos mujeres matemáticas a través de las cuales se han dado importantes pasos en el avance de este campo.

La primera de ellas es **Emmy Noether** (Alemania, 1882-1935). Emmy nació en Alemania en el año 1882, su padre era Max Noether, matemático que daba clases en la Universidad de Erlangen, y su madre Ida Amalie Kaufmann, procedente de una familia acomodada de Colonia. De los cuatro hermanos que eran sobrevivieron a la niñez ella y su hermano Fritz, matemático también.

Las condiciones en las que se desarrolló la educación de Emmy no eran nada desfavorables para el momento, procedente de una familia acomodada con padre y hermano matemáticos. Aun así, recibió la educación que en esa época se entendía como convencional para mujeres cultas, cultura clásica, piano, danza, y también cocinaba, limpiaba y ayuda a su madre con las tareas de la casa.

3 Faltaría el bloque de estadística y probabilidad, pero por no ser común en esos cuatro cursos y por la extensión del trabajo no lo analizamos.

Se preparó en la escuela elemental y secundaria para llegar a ser profesora de idiomas, y al poco de conseguirlo, por motivos desconocidos, decidió seguir con los estudios universitarios en matemáticas. Pero en aquella época, 1898, el Senado de Alemania declaraba que la admisión de mujeres en la universidad no era posible porque "destrozaría el orden académico". Por lo que Emmy asistió a clases en la Universidad de Erlangen (su ciudad de origen), pero sólo como oyente, sin derecho a examen, y la asistencia a clase estaba condicionada a que el profesor de turno lo permitiese. En estas condiciones asistió durante un semestre a la Universidad de Gotinga, donde recibió clases de Minkowsi, Blumenthal, Klein y Hilbert, todos ellos matemáticos de gran renombre.

Concluido este semestre volvió a Erlangen, época en la que ya se permitía a las mujeres matricularse en la universidad, lo que Emmy hizo en octubre de 1904. Obtuvo el doctorado cum laude bajo la dirección de Gordan, con una tesis *Sobre sistemas completos de invariantes para formas ternarias bicuadráticas*. Tema en gran parte motivado por el interés de Gordan, y no tanto el de Emmy, de hecho, la teoría de invariantes era el núcleo del llamado P*rograma de Erlangen* al que Klein había dado vida a finales del siglo anterior, cuando era responsable en aquella universidad de la cátedra de geometría.

En 1911, Emmy conoció a Ernest Fischer, sucesor de Gordan, que la puso en contacto con el trabajo de Hilbert sobre los fundamentos de los grupos, cuerpos y anillos, quien en 1915 la invita a la Universidad de Gotinga, donde finalmente se traslada tras la muerte de su madre al dejar en orden todos los asuntos de su casa. En la universidad comienza a dar clases, pero no puede hacerlo en nombre propio, por lo que lo hace tras el nombre de David Hilbert hasta 1919, y por supuesto sin cobrar ninguna remuneración por este trabajo. Aparte de estas clases, ayuda a Hilbert y Klein a resolver problemas relacionados con la Teoría de la Relatividad General, donde consiguió la formulación puramente matemática de varios conceptos de esta teoría, y donde podemos encontrar el *Teorema de Noether*, que según el físico Peter G. Bergmann, constituye una de las piedras angulares en la teoría de la relatividad.

En cuanto a las contribuciones matemáticas de Emmy se dividen en tres periodos, este primero, que concluye en 1919 donde se dedica fundamentalmente a la teoría de invariantes diferenciales y sus conexiones con la teoría de la relatividad. El segundo, de 1920 a 1926, donde realiza todo el trabajo de abstracción del álgebra, centrándose en el campo del álgebra conmutativa, donde aplicó su idea revolucionaria, que fue la de trabajar de forma abstracta con anillos e ideales (de esta forma el calificativo noetheriano se utiliza para designar multitud de conceptos de álgebra, como los *anillos noetherianos, módulos noetherianos, grupos noetherianos, espacios topológicos noetherianos,* etc.). Su trabajó consistió en descubrir principios algebraicos unificadores en lugares donde previamente éstos habían estado tapados por complicadas condiciones específicas que la matemática clásica no reconocía como algebraicos. Lo que, en palabras de Weyl (1935), *originó sobre todo un estilo nuevo de pensar en álgebra que marcó una época*. O en palabras de Dieudonne (1925), *estaba abordando el proceso de rehacer enteramente el álgebra, dando prioridad sistemáticamente a los conceptos sobre los cálculos. En lo que se refiere, en particular, al álgebra lineal*[4], *la liberó de la plaga de matrices y determinantes que había sufrido durante un siglo, sustituyendo estas herramientas sin significado geométrico por las ideas intrínsecas de módulos y homomorfismos.*

En este periodo las condiciones de Emmy mejoran en la universidad. En 1919, acabada la guerra, Alemania pasó a ser una República y las leyes se suavizaron, y por fin Emmy consiguió el reconocimiento oficial: ya podía dar las clases en su propio nombre, aunque seguía sin cobrar un sueldo. En 1922 fue nombrada profesora asociada no oficial, y de este modo se convertía en la primera mujer en lograr una habilitación en una universidad alemana, era un cargo honorífico y por él percibía una pequeña cantidad económica. De este modo estuvo trabajando hasta 1933.

En 1930 Weyl sustituyó a Hilbert en la Universidad de Gotinga. Weyl reconocía a Emmy como el centro de actividad más poderoso tanto por la importancia de sus investigaciones como por el número de alumnos sobre los que ejercía su influencia. En esta etapa se hizo famoso el grupo de

4 Nota de la autora: Es la parte del álgebra que básicamente se da en secundaria y bachillerato.

alumnos que venían a trabajar con ella desde todas las partes del mundo, y los conocidos como *paseos matemáticos de la Noether*, paseos por los jardines de la universidad que se desarrollaban a través de grandes debates matemáticos. Muchos de estos alumnos, conocidos como *los chicos de la Noether*, se convirtieron en famosos matemáticos, entre los que se encontraban Aleksandrov y Van der Waerden entre otros. Comentarios de estos alumnos, como este que reproducimos de Aleksandrov, en el que comentába que lo que le impactó de este grupo fue *"el entusiasmo intelectual de su líder, que transmitía a todos sus estudiantes su profunda fe en la importancia y la fertilidad matemática de sus ideas, y la extraordinaria sencillez y el calor de las relaciones entre la responsable del grupo y sus pupilos"*, muestran la extraordinaria pasión y poder de inspiración que transmitía Emmy.

En su tercer periodo de trabajo -en cuanto a contribuciones matemáticas se refiere- sentó las bases de la topología algebraica y las condiciones necesarias que ayudaron al posterior nacimiento del álgebra homológica. Así mismo, trabajó en campos como el álgebra no conmutativa, la teoría de ideales de sistemas hipercomplejos (K-álgebras en la terminología actual, siendo K un cuerpo) y sus representaciones de grupos finitos.

En estos años, al dejar Weyl la cátedra en la universidad, no solo no se le concedió ésta a Emmy, sino que se le retiró el permiso para enseñar en la universidad. Esto fue causado no sólo por el hecho de ser mujer, sino también por el hecho de ser judía, aunque poco antes su trabajo había sido reconocido a nivel internacional, en el congreso celebrado en Zurich, donde la mayoría de trabajos presentados seguían el camino que ella abrió en el campo del álgebra.

Al poco tiempo, a la llegada de Hitler al poder, de nuevo por su condición de judía, tuvo que emigrar a los EEUU, donde institucionalizó de nuevo sus paseos matemáticos y formó el grupo de las chicas de la Noether, en la Universidad femenina Bryn Mawr College. También colaboró con el Instituto para Estudios Avanzados de Princeton, donde trabajaba Einstein en ese momento, pero como vemos, de nuevo en su papel de docente se la relegó a un college femenino.

Emmy fue, sin duda, una de las grandes cabezas matemáticas del siglo XX. Sus trabajos en álgebra conmutativa, álgebra abstracta y álgebra no conmutativa, abrieron caminos nuevos que marcaron de manera fundamental la trayectoria seguida por las matemáticas contemporáneas, y su análisis de los grupos de simetrías que aparecen en las teorías especial y general de la relatividad permitió entender, resolver y cuantificar el problema de la conservación de la energía en la teoría general de la relatividad de Einstein.

En definitiva, como comenta Corrales (2003), Emmy Noether *no sólo fundó escuela, sino que hizo cambiar el foco y la estrategia de toda una disciplina. Gran matemática, gran persona y gran referencia a tener en cuenta cuando reflexionemos sobre el carácter de constructo social que, sin duda, tiene la matemática como profesión.*

APLICACIÓN EN AULA: ÁLGEBRA

En todo el trabajo de Emmy hemos visto que predomina un enfoque axiomático, de gran abstracción y generalización. Muy valioso para el conocimiento matemático en general, pero difícil de introducir con alumnado de secundaria y bachillerato, donde -como comentábamos- se ha trabajado poco la abstracción.
De hecho, al alumnado de secundaria en la asignatura de matemáticas se le aportan multitud de conceptos, pero sin profundizar en ellos, simplemente se quedan en el cálculo. Saber operar con matrices, con determinantes, resolver sistemas de ecuaciones, hacer una integral, una determinada o el cálculo de la ecuación de un plano que cumple unas condiciones determinadas. Pero en pocos casos se les aportan herramientas matemáticas de razonamiento o de resolución de problemas. Y cuando se les quiere aportar suele imponerse la urgencia de acabar el temario impuesto que el propio disfrute del aprendizaje de hacer matemáticas.

Por eso, lo que se propone para introducir a Emmy en las sesiones de álgebra en la educación secundaria es hacer una introducción a este bloque de manera más abstracta, hacer una breve exposición histórica, su evolución y el paso al álgebra moderna de la mano de Emmy Noether. Para después pasar a un ejercicio que facilite el trabajo de la abstracción de conceptos matemáticos, como puede ser la idea de módulo y de homomorfismo, como conceptos generales básicos para entender el álgebra.

La segunda de las mujeres es **Sophie Germain** (1776-1831) y sus aportaciones a la teoría de números, campo de trabajo dentro del álgebra que estudia las propiedades de los números, en particular de los enteros, pero más en general, las propiedades de los elementos de los dominios enteros (anillos conmutativos con elemento unitario y nulo) así como diferentes problemas derivados de su estudio.

La teoría de números no forma parte del temario de bachilleraro, pero contiene una cantidad considerable de problemas que son fáciles de comprender y se pueden adaptar a estos niveles. Por lo que supone un buen elemento para introducir en estas clases y, de este modo, hacer matemáticas en la clase de matemáticas.

Sophie Germain, nació en Francia en el año 1776, *en pleno "siglo de las luces", cuando París era el centro europeo de la ciencia durante la época napoleónica y las matemáticas vivieron entonces una edad de oro. Por aquella época se publicaban manuales de divulgación científica, y algunos de ellos estaban destinados específicamente a mujeres teniendo, por ejemplo, forma de novela epistolar, lo que presuponía que las mujeres no eran aptas para comprender la ciencia y únicamente podían dedicarse a ella de forma no profesional* (Figueiras et. al., 1998).

El padre de Sophie Germain era Ambroise-François Germain, que fue diputado de los Tiers-État en la Asamblea Constituyente de 1789, un burgés cultivado y liberal, que disponía de una gran biblioteca a la que Sophie supo sacarle buen uso. Durante su adolescencia, leyó todo lo relacionado con las matemáticas, y en particular le llamó la atención la muerte de Arquimedes, quien absorto en la resolución de un problema de geometría no se percató de que un soldado había entrado para darle muerte en sus aposentos. Esta historia le produjo a Sophie la curiosidad de conocer más aquella ciencia que era capaz de conseguir tal abstracción en un hombre.
.
Estudió de forma autodidacta el cálculo diferencial consultando libros de la biblioteca paterna. Pero su familia, temiendo por su salud, decidió dejarla sin luz y sin calefacción para que no pudiese estudiar por las noches. Pero si algo caracterizó a Sophie fue su determinación y coraje -de hecho fue la primera mujer que intentó apasionadamente formar parte del tejido científico en igualdad de condiciones con sus compañeros varones- y por las noches, cubierta de mantas estudiaba a la luz de una vela que previamente había ocultado. Su familia finalmente, viendo su tenacidad, la dejó libre para estudiar lo que ella quisiera.

En 1795 se fundó la Escuela Politécnica de París, y aunque las mujeres no eran admitidas (no lo fueron hasta 1970), Sophie se hizo con los apuntes de algunos cursos que pudo seguir, de nuevo, de forma autodidacta.

Pero entremos ya en el campo de la Teoría de los Números. Tras leer la obra de Gauss, *Disquisitiones Arithmeticae*, se dedicó al estudio de esta rama del álgebra. Y entre 1804 y 1809 intercambió correspondencia con Gauss mostrándole sus investigaciones. Pero se escondía tras el pseudónimo de Monsier LeBlanc, con el que ya se había comunicado previamente con Lagrange, temerosa del ridículo que en aquella época suponía una mujer erudita (todo lo contrario a María Gaetana Agnesi, como veremos poco después).

Sophie, a pesar de estar excluida de los círculos científicos de la época, fue capaz de formarse sola y de llegar a producir la máxima aportación hasta entonces sobre el teorema de Fermat. Fue en 1808, y es el teorema que lleva su nombre, el *teorema de Sophie Germain*. Pero antes de esta aportación, también a propósito del último Teorema de Fermat, estableció un resultado importante de este teorema gracias al cual contamos hoy en día con los conocidos como *primos de Sophie*.

Para entender mejor toda esta evolución en el pensamiento matemático veamos brevemente un pequeño desarrollo de estos avances que hubo en la teoría de números.
El Último Teorema de Fermat, como se le conoce pues fue el último que escribió antes de su muerte Pierre Fermat, debe su fama en gran parte a la forma en la que fue difundido y a que tardó más de 350 años en ser demostrado. El hijo de Fermat, a la muerte de su padre publicó diferentes apuntes de este, entre los que se encontraba este teorema, escrito a pluma en un ejemplar de la *Aritmetica* de Diofanto (s.II) y que dice lo siguiente: *"No es posible encontrar dos cubos cuya suma sea un cubo, dos potencias cuartas cuya suma sea una potencia cuarta y, en general, dos potencias cuya suma sea una potencia del mismo tipo. He descubierto una demostración verdaderamente maravillosa de este hecho, que no cabe en este margen"* (Corrales, 2001).
Lo bonito de esta demostración, tal como comenta Corrales (2001), es que fue el resultado de diferentes aportaciones de distintos matemáticos a lo largo de los años. Lo que hace ver dos cuestiones, por un lado la gran cantidad de matemática que se ha ido haciendo en esos años, lo que da cuenta que la matemática es un campo de acumulación de saberes -donde unos saberes se van poniendo junto a otros, y no donde una teoría diferente sustituye a otra, como sucede en otros campos-, y que el trabajo en colaboración aporta grandes resultados.
Y dentro de estas contribuciones hay que señalar a Sophie Germain. En 1804 demostró la ecuación para los casos en que n=p-1, con p un número primo de la forma 8k+7 (los conocidos como *primos de Sophie*). Lo que supuso también una gran contribución a la Conjetura de Golbach, conjetura que establece que *"Todo número par mayor que 2 puede escribirse como suma de dos números primos"*. La resolución de esta conjetura está considerado como uno de los problemas más difíciles de las matemáticas, y de hecho de momento está sin demostrar para todo número n. Esta demostración que hizo Sophie, aunque se tratase de un caso aislado que no es posible aplicar a otros números, contaba con una gran elegancia que dejó admirado a Gauss.

Después de este trabajo, en 1808, comunicó de nuevo a Gauss su descubrimiento más importante en teoría de números, de hecho el teorema que lleva su nombre. Demuestra que *si x,y,z son números enteros, tales que* $x^5+y^5+z^5=0$ *entonces, al menos uno de los números x,y ó z debe ser divisible por 5*. Este teorema constituyó un paso importante para demostrar la conjetura de Fermat par n=5, y será el resultado más importante relacionado con el Último Teorema de Fermat hasta la obra de Kummer en 1840.

Gauss, cuando se enteró de su verdadera identidad, dijo las siguientes palabras que señalan de forma precisa esa posición de partida diferente entre mujeres y hombres al enfrentarse al estudio de las ciencias, en este caso matemáticas: *"Cómo describirle mi sorpresa y estupor al comprobar que Monsieur Le Blanc, mi estimado correspondiente, se metamorfoseaba en este distinguido personaje que sirve de tan brillante ejemplo a lo que yo mismo encontraría difícil de creer. El gusto por las ciencias abstractas en general, y sobre todo por los misterios de los números, es tremendamente inusual, lo cual no me sorprende porque los seductores encantos de esta sublime ciencia se manifiestan tan sólo a aquellos que poseen el valor para ahondarla en profundidad. Sin embargo, cuando una persona, según nuestras costumbres y prejuicios, se ve obligada a tropezar con muchísimas más dificultades que un hombre, por pertenecer al sexo contrario, a la hora de familiarizarse con estos estudios espinosos y, a pesar de todo, consigue vencer los obstáculos y penetrar hasta sus rincones más oscuros, entonces esa mujer goza sin duda del ánimo más noble, de todo un talento extraordinario y de un genio superior. En efecto, nada me demostraría de un modo más lisonjero y tan poco equívoco que los atractivos de esta ciencia que ha enriquecido mi vida con tantas alegrías no son una quimera, igual que no lo es la predilección con la que usted la ha honrado".*

Al cesar la correspondencia con Gauss a partir de 1809 se dedicó a estudiar el problema de la elasticidad de superficies, donde realizó también un trabajo excepcional. Gracias al estudio de estas superficies elásticas que Sophie y otros matemáticos desarrollaron se contribuyó al avance en las técnicas del cálculo infinitesimal. Así ligamos dos de los bloques en los que hemos estructurado el trabajo, reforzando esa idea de la interrelación entre diferentes ramas de la matemática.

En definitiva, Sophie fue una mujer que trabajó fuera de la comunidad científica, sin un marido, padre o hermano matemático o científico que pudiera ofrecerle esa información, pues toda conversación científica requería invitaciones y permisos. Quien tampoco formó parte de la nobleza y por ello también estuvo aislada de la sociedad de mujeres cultivadas. Y a la que su aislamiento se hizo más visible cuando comenzó a trabajar en la física matemática, rama que si interesa a la comunidad científica de París de aquel entonces, a diferencia de un tema tan abstracto como la teoría de números. Sin duda tenemos una deuda pendiente con esta gran mujer.

APLICACIÓN EN EL AULA: TEORÍA DE NÚMEROS

En este caso trabajaremos más la parte conceptual de la fundamentación matemática. Así, lo que se propone es explicar, de forma sencilla, qué es en matemáticas, un teorema, un corolario, un lema, una hipótesis y una conjetura.

- **GEOMETRÍA**

En el bloque de geometría de bachillerato se trabajan, a grandes rasgos, las rectas, los planos, el estudio de posiciones relativas entre rectas y planos, diferentes propiedades métricas como los ángulos, las distancias o el producto escalar, vectorial y mixto, la trigonometría, el cálculo de lugares geométricos, o los números complejos.

El estudio de este bloque lo haremos a través de **Mary Everest Boole (**Inglaterra, 1832-1916), gran didáctica de la matemática, donde una de las áreas que trabajó fue la geometría, así como su didáctica.

Nació en Wickwar, Inglaterra, hija del reverendo Thomas Roupell Everest y de Mary Ryall, y sobrina de Georde Everest, por el que recibe su nombre el monte Everest. Aunque nació en Inglaterra, a los cinco años se trasladaron a vivir a Francia.

A Mary le interesaban las matemáticas al igual que a su padre, y desde pequeña se educó en esta disciplina, a cargo de un tutor, Monsieur Déplace, quien le daba clases durante dos horas diarias todas las mañanas. Su estilo particular de enseñar, hizo que le resultara fácil a Mary destacar en sus estudios. Antes de resolver un problema, él le proponía series de cuestiones. Luego le pedía que escribiese debajo las respuestas. Cuando ella se las leía en voz alta, se percataba, leyendo en un cierto orden, de que podría resolver su problema. Realmente, este método le proporcionaba las piezas, y la forma de colocarlas, para montar correctamente el rompezabezas con el que estaba jugando. Mary nunca olvidaría aquella maravillosa manera de aprender.

Mary usó los libros de su padre para continuar su preparación matemática y conoció a brillantes amigos de este tales como Herschel y Charles Babbage. Fue entonces cuando Mary fue sacada del colegio y se convirtió en la ayudante de su padre. Se dedicó a hacer tareas como visitar a ancianos, dar clases en una escuela los domingos y ayudar a su padre con sus sermones. El hecho de que Mary abandonase el colegio no significó terminar con sus estudios. *Ella aprendió sola Cálculo y decía: "Encontré pronto en la biblioteca un libro de fluxiones en el que me sumergí con deleite". "Después de que me había divertido con mi premio durante una semana, mi padre me encontró con el libro y se lo llevó, diciéndome que la notación de la fluxión estaba desfasada y era inapropiada, y no era bien recibida en Cambridge." Como las mujeres no eran admitidas en Cambridge, Mary no tuvo forma de descubrir esto por sí misma. "Volví a mi libro de Cálculo, y encontré, para mi gran alegría, que ahora todo estaba perfectamente claro para mí."* (Barbarán, Biografía de Mary Everest Boole en Divulgamat)

En 1843 regresaron a Inglaterra, donde continuó su formación matemática. A los 18 años conoció a George Boole, famoso por sus trabajos en lógica matemática, quien fue su profesor durante dos años. Cuando murió el padre se acercó cada vez más al señor Boole, con el que se casó y pasó a llamarse Mary Boole, en 1855.

En esta época se unió al grupo de discípulos de su esposo, con quienes revisaron su libro *Leyes del Pensamiento*, libro que se publicó en 1854 y supuso una revolución entre los matemáticos y pensadores de la época. En él, George investigó las leyes que gobiernan la parte de la mente que razona las cosas; estas leyes las expresó a través de un álgebra de ceros y unos, que es lo que hoy llamamos *Álgebra de Boole* (lenguaje de ceros y unos capaz de expresar la forma en que razona la mente humana, empleada actualmente, por ejemplo en buscadores de internet y lenguajes de programación). En esta publicación, como decíamos, las revisiones de Mary fueron fundamentales, pero no sólo en este libro, pues ella revisaba todos sus trabajos hasta que el lenguaje de los mismo era un lenguaje claro para su divulgación.

Mary y George tuvieron 5 hijas, varias de las cuales se dedicaron a las matemáticas y las ciencias, lo que indica en parte la educación y el entorno familiar con el que contaron.
Pero cuando Mary solo tenía 32 años, George murió. A la muerte de éste, consiguió trabajo como bibliotecaria en el Queen's College de Harley Streeten London, donde se sentía muy cómoda, pues aunque no podía enseñar (no era posible para una mujer en la Inglaterra victoriana), empezó a establecer relación con los estudiantes. Llegando a organizar y presidir animadas tertulias los domingos por la noche a las que acudían los estudiantes, donde se discutía sobre matemáticas booleanas, la historia natural de Darwin y temas de psicología, entre otras cosas. Uno de estos estudiantes, años más tarde comentó lo siguiente: *“Yo pensaba que habíamos estado divirtiéndonos, no trabajando. Pero, después de dejar el colegio, me di cuenta de que nos había dado un poder. Podíamos pensar por nosotros mismos”*.

Con el tiempo, Mary empezó a dar clases usando el método didáctico de Déplace con sus aportaciones propias. Ella estaba interesada en mostrar cómo las actividades ordinarias del día a día preparan a los niños a aprender matemáticas. Pues era de la opinión de que: *“Los niños hacen cosas como dibujar o coser, contar por decenas, partir una manzana o pintar una muestra en una pared. Y en el inconsciente (usualmente no viene a la conciencia hasta el cabo de años) crece...(una comprensión de) cero e infinito, de sumar y multiplicar, restar... y muchas otras (ideas) fundamentales de la matemática”* (Nomdedeu, 2000). Materiales naturales e imaginación: esa fue su mágica combinación para crear la excitación en la clase de matemáticas.

En 1897, escribió un análisis detallado de los escritos filosóficos del francés P. Gantry, por el que su marido había sentido gran admiración, comparándolos con los conceptos matemáticos de su esposo que ella intentaba explicar utilizando conceptos matemáticos simples, aunque no tuvo éxito completo. En este libro también intentó investigar lo que ella denominaba “psicología matemática”, la importancia del pensamiento lógico y la naturaleza del genio, comenzando a idear un nuevo enfoque del aprendizaje de las matemáticas.

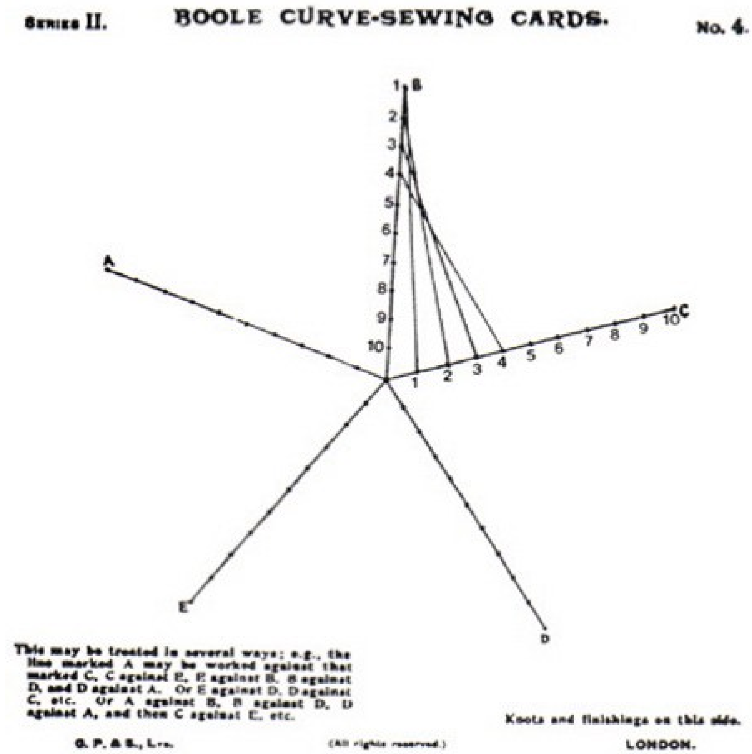
En especial, a Mary le preocupaba saber por qué los niños, una vez aprendidos ciertos conceptos matemáticos, no los saben aplicar a cuestiones de la vida real. En ese sentido, consideraba que, en la educación matemática había que plantearse la siguiente cuestión: *“¿Cuáles son las condiciones que favorecen un conocimiento vital de las matemáticas?”.* Contesta diciendo que *“Puede sorprender a muchos lectores que se afirme que estas condiciones son casi enteramente morales y espirituales más que intelectuales”* (Pérez Sedeño, 2011).

Mary aboga por una educación y un aprendizaje continuo por parte profesorado, revisando y mejorando métodos utilizados, y para esto es fundamental *“ver su conducta (la del docente), sus propósitos, todas sus actitudes hacia sus discípulos”.*

Otra de sus obras *The preparation of the child for science* publicada en 1904 tuvo a la larga un gran impacto en las escuelas de Inglaterra y de Estados Unidos en la primera parte del siglo XX al igual que sus notas de clase *Lectures on the logic of arithmetic* publicadas en 1903. Tanto en *The* *mathematical psychology of Gratry and Boole* de 1897 -del que hemos comentado anteriormente- como en *The forging of passion into power* de 1910 -uno de sus últimos libros-, mostró ideas muy avanzadas para esa época.

Una de las herramientas que inventó para aprender geometría son las conocidas como *Tarjetas o cartas Boole* (o *Boole Sewing Cards,* en la figura de abajo), que ayudan a los alumnos a aprender la geometría de los ángulos y espacios. Mary escribió *"En mi infancia, las cartas de formas diferentes se vendían por parejas para tareas de costura. Las cartas estaban diseñadas para que se pudiera pintar en ellas; y tenían una hilera de agujeros alrededor del filo a través de los cuales las cartas gemelas se cosían juntas. Como yo no podía pintar, algo me sugirió que podía decorar las cartas entrelazando hilos de seda a través de los espacios en blanco por medio de los agujeros. Cuando estaba cansada de entrelazar de tal forma que los hilos se cruzaban en el centro y cubrían la carta entera, se me ocurrió cambiar el entretenimiento pasando el hilo de cada agujero a uno que no era exactamente el opuesto a él, y dejando por tanto un espacio en medio. Siento ahora el entusiasmo con que descubrí que el pequeño espacio en blanco que quedaba en medio de la carta estaba acotado por una curva simétrica compuesta por un diminuto trozo de cada uno de mis hilos rectos de seda; su forma depende del contorno de la carta…"* (Pérez Sedeño, 2011). Un amigo de Mary escribió un libro titulado *A rhythmic approach to Mathematics* en el que se describen algunos experimentos con las cartas de Boole.

.



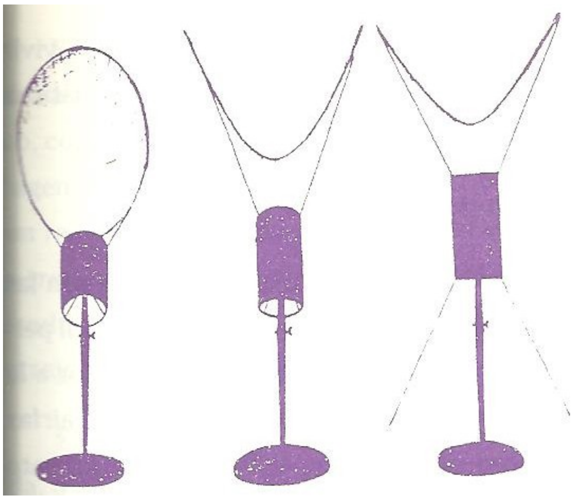
Mary se consideraba a sí misma como una psicóloga matemática. Su objetivo era intentar *"… entender cómo la gente, en especial los niños, aprendían las matemáticas y la ciencia, usando las partes de razonamiento de sus mentes, sus cuerpos, y sus procesos inconscientes."* Mary pensaba que a los niños se le deben dar los objetos matemáticos para que jueguen y que sea cada uno a su ritmo el que desarrolle las ideas y los patrones. No era partidaria de fomentar la competitividad a edades tempranas como se aprecia en sus palabras: *"El estímulo de la competitividad en los procesos de pensamiento a edades tempranas es perjudicial tanto para el sistema nervioso como para la intuición científica y sólo matemáticos muertos pueden aprender donde la competitividad prevalece"* (Pérez Sedeño, 2011).

Mary es una mujer que ha sido muy poco valorada en el mundo de las matemáticas, principalmente por dos razones, porque ha sido ocultada por la obra de su marido, y porque se la considera fundamentalmente educadora. Aunque, a pesar de este poco reconocimiento de la época, muchas de las aportaciones de Mary Boole se pueden ver en las aulas de hoy en día.

APLICACIONES EN EL AULA: GEOMETRÍA

En esta caso aprovecharemos la clase para realizar diferentes construcciones geométricas con las que trabajar ciertos conceptos en directo. Así, se proponen los siguientes ejercicios:

- Realizar diferentes construcciones geométricas y posiciones relativas entre distintas superficies (principalmente rectas y planos) con materiales que se suelen imaginar fuera de una clase de matemáticas,
- A través de la construcción por parte del alumnado de diferentes cartas Boole estudiar tipos de ángulos y espacios geométricos.
- Utilizando una lampara y las sombras que ésta misma refleja sobre una pared -según los movimientos que le produzcas a la lámpara-, estudiar los distintos tipos de cónicas.



Secciones cónicas de una lámpara o linterna (del libro *Matemáticas en la realidad*, de Emma Castelnuovo).

Nomdedeu (2000)

- **ANÁLISIS**

En el bloque de análisis de bachillerato, se estudian básicamente los conceptos de límite, continuidad de una función, derivabilidad, cálculo de derivadas e integrales y su aplicación.

Este bloque también lo repasaremos a través de una mujer, **Maria Gaetana Agnesi** (Italia, 1718-1791), aunque no podemos menos que al menos nombrar, aunque sea de manera muy breve, a **Emilie Breteuil, marquesa de Chàtelet** (Francia, 1706-1749).

María Gaetana Agnesi nació en Milán en 1718, hija mayor de Pietro Agnesi, matemático de la Universidad de Bologna, y Anna Fortunato Brivio, y descendiente de una familia milanesa adinerada, por lo que creció en ambiente acomodado y culto.

Se crió en un entorno en el que la ciencia formaba parte del mundo común a toda la familia, mujeres incluidas. Pues en aquella época, los humanistas italianos del siglo catorce creían en el valor de la educación tanto para mujeres como para hombres de clase social alta. Durante los siglos XV y XVI las mujeres italianas ricas podían obtener títulos universitarios y dar clase en universidades y eran respetadas como personas con formación. La educación superior estándar incluía conocimiento de la matemática griega, por lo que estas mujeres conocían las matemáticas clásicas tan bien como sus colegas varones. Esta tradición de apoyo de la educación superior de las mujeres dio como fruto gran número de mujeres matemáticas.

Pronto adquirió fama de niña prodigio, a las 9 años podía conversar en 7 lenguas diferentes, y a los 10 ya destacaba en matemáticas. Se la conoce fundamentalmente por sus aportaciones a las matemáticas y la famosa curva que lleva su nombre, de la que más adelante hablaremos con más detalle. Pero además de las matemáticas, Maria opinaba y discutía en temas de filosofía, lógica, mecánica, elasticidad, mecánica celeste o teoría newtoniana de la gravitación universal.

De hecho, en el año 1738 publicó una colección completa de 190 trabajos sobre ciencias naturales y filosofía titulada *Proposiciones Filosóficas* donde se recogen exposiciones sobre lógica, mecánica, hidráulica, elasticidad, química, botánica, zoología, mineralogía, astronomía, etc.

A los 21 años, aconsejada por Rampielli -catedrático de matemáticas en la Universidad de Padua y amigo de su padre, y profesor de María- escribió un libro de cálculo diferencial, en parte con el objetivo de enseñárselo a sus hermanos, *Instituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana*. Libro que consiguió editar a los 30 años, en 1748.

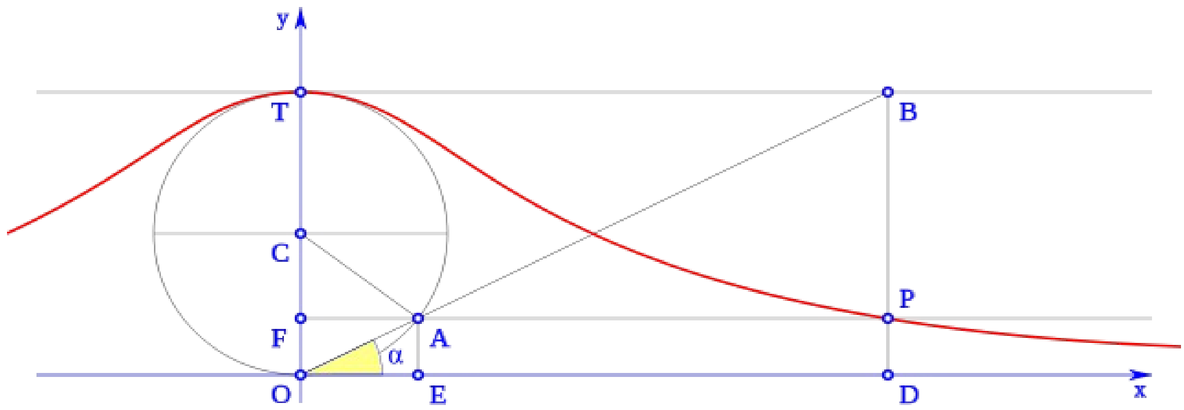
El primer tomo del libro recogía de modo claro, riguroso y didáctico la geometría cartesiana. Un año más tarde publicó el segundo tomo que en su primera sección trataba el análisis de cantidades finitas y algunos problemas sencillos de máximos y mínimos, tangentes y puntos de inflexión. La segunda sección contenía una discusión sobre infinitésimos. La tercera versaba sobre un tratado el cálculo integral así como de una discusión sobre el estado del conocimiento en ese momento. Y la última sección contenía métodos de resolución de ecuaciones diferenciales. Todo esto complementado con numerosos ejemplos y problemas, métodos originales y generalizaciones, a lo largo de todo el libro.

Recordemos la importancia de estos años en la historia de las matemáticas, en los que se obtiene una formulación general de la geometría analítica y se construye el análisis, el cálculo diferencial e integral, la teoría de las series de potencias y las series trigonométricas. Lo que tiene gran significado en la respuesta que ocasionó esta obra. Pues cuando este libro fue publicado causó sensación en el mundo académico y fue considerado por la Academia de Ciencias de París como el mejor tratado de cálculo diferencial e integral desde L'Hopital y Euler. Los círculos científicos más importantes de la época opinaron que era admirable el arte con el que había logrado reunir las diversas aportaciones realizadas por los distintos matemáticos de la actualidad, a las que cada cual había llegado con métodos distintos y que María había logrado unificar además de completar con aportaciones originales.
Reproducimos la opinión que dio la propia Academia Francesa de la Ciencia en su momento: *"Esta obra está caracterizada por su cuidadosa organización, su claridad y su precisión. No hay ningún otro libro, en ningún idioma, que permita al lector penetrar tan profundamente ni tan rápidamente, en los conceptos fundamentales del análisis. Consideramos este tratado como el trabajo más completo y mejor escrito sobre el tema".*
Dicha comisión, que decidió la traducción, a varios idiomas, y la publicación de esa obra al francés estaba formada por D'Alember, Condorcet y Vandermonde. Colson, profesor de Cambridge, aprendió italiano, *"con el único fin de traducir ese libro y que la juventud inglesa pueda beneficiarse de ello", ¡en tan alta estima la tenía!* (Corrales, 2003)

Dos años después de este libro se le ofreció una plaza como catedrática en la Universidad de Bologna, en 1750 -a diferencia de Emmy a quien siempre se le negó un lugar en el mundo académico-. Además, se puede considerar a María como la primera profesora de universidad ya que en 1748 se encargó de los cursos de su padre en la universidad y en otoño de 1750 se le ofreció, aunque sólo aceptó un nombramiento honorífico, esa Cátedra de Matemáticas Superiores de Bolonia. Aunque, pese a estos reconocimientos, no enseñó nunca en la universidad con un nombramiento propio.

Pero a María no le gustaba verse exhibida en estos salones, así que a los 34 años, cuando murió su padre, y con él la presión que ejercía en relación con su trabajo matemático, dejó de lado las matemáticas y se dedicó a la teología, al cuidado de mujeres pobres y enfermas, y a educar a sus hermanos y hermanas.

María recibió el reconocimiento en su época. Sin embargo su reputación histórica fue distorsionada por un fallo en una traducción. La curva sinusoidal versa es una curva que descubrió Fermat y que ella analizó con detalle. El nombre original de la curva es *versiera*, por la forma en que la curva se origina, pues versiera viene del latín vertere, que significa virar, girar. El italiano coloquial evolucionó y llegó a decirse avversiera, voz similar a avversiere que significa esposa del demonio. Por lo que la curva se quedó con la traducción de "*la bruja de Agnesi*", tal como se la conoce en nuestros días.



Pero María, al igual que Mary no es valorada en el campo de las matemáticas como merece. Algunos documentos comentan que porque no hizo ningún descubrimiento que cambiara el curso de la ciencia, *pero ¿qué valor dan estas historias al trabajo previo de observación, recogida de datos, traducción, enseñanza, sistematización del conocimiento, divulgación, etc.? ¿Cuántos genios hubieran registrado esas historias sin estas labores por ellas acalladas? El libro de las Instituziones analíticas de Agnesi fue utilizado y reconocido como el mejor para la enseñanza de los últimos descubrimientos en las matemáticas de la época durante más de 50 años, ¿es esto anecdótico?* (Nomdedeu, 2000)

Además, continuando con Nomdedeu (2000), *María demostró que el abandono de las matemáticas no se debe necesariamente a falta de capacidad o gusto por las matemáticas, sino que puede ser una decisión tomada según un determinado sistema de valores.*

María es coetánea de la **marquesa de Châtelet,** sobre la que no entraremos en detalle, pero si habría que mencionar en una clase de matemáticas al hablar de análisis. Pues es fundamental el papel que tuvieron ambas mujeres en el apoyo y divulgación de las obras de Descartes, Newton y Leibniz, en los salones científicos de aquella época.

Émilie de Breteuil, marquesa de Châtelet , tradujo los Principia de Newton, con extensos y válidos comentarios y suplementos que facilitaban mucho la comprensión, y divulgó los conceptos del cálculo diferencial e integral. De este modo propagó estas ideas desde Inglaterra a la Europa continental, que permanecieron como ideas filosóficas hasta mediados del siglo XIX, y como parte fundamental de las Matemáticas incluso en nuestros días. También escribió diferentes libros, entre los que se encuentra *Las instituciones de la física ("Les Institucions de Phsiques")*, en1740, para la educación de su hijo y fue considerado como una extraordinaria y lúcida exposición de la física de Leibniz, uno de los padres del cálculo infinitesimal. El libro vio la luz en 1740 y contenía antecedentes históricos y una síntesis clara y precisa de la física de Leibniz y de su cálculo infinitesimal.

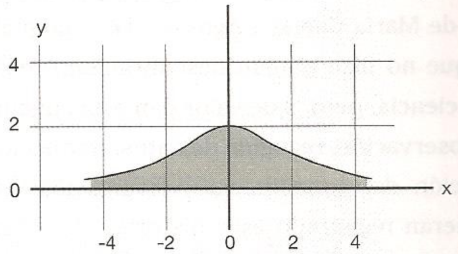
APLICACIONES EN EL AULA: ANÁLISIS

La introducción de los nuevos conceptos de límites, derivación e integración requiere la construcción de nuevas matemáticas. Son las herramientas que permiten describir la variación y la velocidad de variación o aceleración. Newton y Leibniz, trabajando independientemente en diferentes lugares dieron la forma definitiva al cálculo, tal y como hoy lo conocemos. Introducen las nociones de diferenciación y derivación (Figueiras et al, 1998).

Por eso, para esta parte proponemos la siguiente actividad a realizar en el aula:
El estudio completo de la curva de sinusoidal versa:

- obtención de alguna ecuación cartesiana de la curva;
- estudio y representación de esa función: cálculo de puntos de corte, simetrías, asíntotas, máximos y mínimos, puntos de inflexión, y representación de la curva;
- cálculo del área bajo la curva a través del concepto de integral definida;
- explicar relación del área anteriormente calculada con el concepto de límite.

Y aunque es ilustre y no es bruja, sí que encierra algún misterio, pues ¿cómo es posible que en un contorno infinito se encierre una superficie finita?



$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2}\,dx = \left[\text{artg } x\right]_{-\infty}^{\infty} =$$

$$= \lim_{\varepsilon \to \infty} \left[\text{artg } x\right]_{-\varepsilon}^{\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \to \infty} \text{artg } \varepsilon - \lim_{\varepsilon \to \infty} \text{artg } -\varepsilon = \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \pi$$

No sólo sorprende que su medida sea finita, sino que valga exactamente π, tal vez el número más famoso de la historia.

(Nomdedeu, 2000)

CONCLUSIONES

Con este trabajo no ha habido mayor pretensión que la de dar una pequeña muestra de cómo introducir la historia de diferentes mujeres matemáticas en el aula. A través de sus avances en esta disciplina, de sus dificultades y obstáculos encontrados en el camino, de las circunstancias específicas en que se desarrollaron sus vidas, etc., y cómo con esta información poder presentar diferentes ejercicios en clase que nos permitan hacer matemáticas. Aunque su bibliografía -de unas más que de otras- ha sido desarrollada de manera somera, si se ha intentado señalar en todas ellas lo siguiente: su historia familiar, el tipo de familia del que proceden, el entorno del que se rodearon, el contexto histórico en el que se desarrolla su vida (y la valorización o no en ese contexto de las mujeres en la ciencia), y el tipo de educación que llevaron. Básicamente por un motivo, porque tanto el entorno social como la educación recibida han sido claves en su historia para su relación con las matemáticas, factores que siguen siendo claves para muchas niñas de hoy en día y su futura relación con esta disciplina.

Como hemos visto a lo largo de las historias de Emmy, Sophie, Mary, María o Emilie la mayoría procedían de familias acomodadas y bien han tenido acceso a tutores personales y educación (con todas las trabas que tuvieran, pero acceso al fin y al cabo), o bien a materiales y libros de formación. Lo que nos muestra que *las mujeres consideran el estudio de las matemáticas como* *una opción más en la vida si en el entorno familiar en el que crecen las matemáticas (la ciencia en general) se viven como una actividad más de la vida* (Corrales, 2003)

Sobre el entorno social también debemos destacar que es de señalar la estima que a la mayoría de mujeres anteriormente citadas les tenían sus colegas masculinos de profesión, me refiero en concreto a aquellos con los que trabajaron estrechamente. Así, comentarios como los de Hilbert o de diferentes alumnos a Emmy Noether, el de Gauss a Sophie Germain, o la Academia de París, con Vandermonde, Condorcet o D'Alambert a la cabeza, a María Gaetana Agnesi, muestran la gran estima y respeto que les tenían. Esta pequeña muestra visibiliza como las trabas con las que se encontraron estas mujeres -centrándonos en este momento en el plano de la educación superior- eran impuestas en gran medida de manera institucional, por la época y la sociedad en la que se desarrollaron sus vidas -a excepción de María Agnesi- pero no tanto por sus propios compañeros de trabajo.

Pero también es destacado el exceso en todas estas mujeres, en parte también esperado, pues como comenta Remedios Zafra (2013), *es familiar el exceso, especialmente en esos periodos transicionales de quien quiere romper los esquemas tradicionales haciendo algo distinto, pero todavía no puede dejar de realizar lo previsible. La respuesta puede hacerle perder lo que desea; y como alternativa, el exceso: hacer ambas cosas.* Así, estas mujeres, seguían con las labores en el hogar, con el cuidado de sus hijos las que los tenían, o si no de sus padres o madres, …, y a la vez estudiaban, investigaban, divulgaban su conocimiento, realizaban grandes avances en la ciencia, aunque ello supusiese pasar largas noches sin dormir bajo el cobijo de una manta y a la luz de una vela, como nos mostraba la historia de Sophie.

Pero lo más destacado, dada la relación de este trabajo con la educación, de todas estas mujeres que se han presentado a lo largo del trabajo[5], es su capacidad pedagógica y de transmisión y divulgación del conocimiento matemático, su gusto por las matemáticas que también está en el hacer matemáticas que comentábamos anteriormente, esa educación entendida desde la pasión, el disfrutar lo que haces y lo que aprendes.

Esa educación en la que antes de nada hay que poner en crisis la propia epistemología, qué conocemos y cómo lo conocemos, hacer una *crítica logocéntrica* -en palabras de Remedios Zafra (2013)- a la historia que se nos ha hecho y a ese conocimiento generado a través de esa historia. Esto, evidentemente, exige un cambio de perspectiva, citando de nuevo a Zafra, requiere *dejar de mirar al cuerpo central de la escritura para descubrir todo un entramado de asociaciones, conceptos y crítica perimetrales, un reino de vida en los márgenes, un ejercicio de crítica reflexiva y de desjerarquización de los principios de linealidad que hasta entonces habían predominado en los textos científicos, es decir, una demostración de crítica logocéntrica en toda regla.*

Y en este cuestionamiento de qué conocemos y cómo lo conocemos, entra de lleno el valorizar esos otros procesos de generación de conocimiento, donde las mujeres han jugado un papel fundamental. Esas tareas de recolección de datos, como las astrónomas, botánicas, informáticas, disciplinas en las que ha habido cantidad de mujeres desde siempre pero que no se les ha valorado su papel pues ha estado supuestamente relegado a tareas colocadas en un segundo plano, pero tareas sin las cuales dichas investigaciones y avances en la ciencia hubiesen resultado imposible. Como expresa Xaro Nomdedeu (2000), *tras una genialidad hay gran cantidad de trabajo bien hecho que solemos ignorar. Su invisibilidad histórica hace que resalte con una magnitud hipertrofiada el genio de quien se halla en el último eslabón del proceso. La genialidad de Leibniz consistió en unir los dos conceptos, el de la cuadratura y el de la tangente y, sobre todo, en proporcionar la simbolización adecuada, pero Barrow había dejado el problema a punto*[6]. En este punto, y parafraseando de nuevo a Zafra, *incluso cuando las mujeres han podido ejercer*

5 A excepción de Sophie Germain, pero su propia bibliografia tiene más carencias que las del resto, por lo que nos falta información de esta mujer.

6 El origen del cálculo infinitesimal ha tenido gran controversia en la comunidad matemática por su atribución a Leibniz y/o a Newton. Algunos autores comentan que uno llegó a estos conceptos con anterioridad pero el otro los publico primero. Controversias aparte entre ellos dos, lo que es cierto es que Barrow, al que poco se le atribuye de estos avances, dejó bien allanado el camino para este trabajo. Así como multitud de matemáticas y matemáticos en diversas ramas de esta ciencia.

como científicas, muchas han sido notas a pie de página.

Como dice Isabel Alba en su texto '*Tiempo robado*', l*o que diferencia la creación artística femenina de la masculina son las condiciones en que ésta se desarrolla*. Cambiemos creación artística por matemática, o dejémoslo igual. Dejémoslo igual, e interpelemos por una interdisciplinariedad en los estudios. Enlazando así con el papel que la educación formal juega en todo esto. En la generación de conocimientos, en su difusión, en la forma de generarlos, en el aprendizaje como proceso, como construcción de ciudadanía, desde lo personal y desde lo colectivo, donde una mirada desde la interdisciplinariedad es fundamental. Pues esa interdisciplinariedad al fin y al cabo, abre la mentalidad del alumnado y del profesorado y ayuda a esa formación integral de personas que comentábamos antes. Ese entender la educación como un proceso cuyo objetivo es construir ciudadanía crítica, así como esa necesidad de transversalizar este enfoque en la educación formal, y donde ese "currículum oculto" que señalábamos antes puede ser un buen aliado.

Desde el papel docente hay que tener en mente que detrás de toda metodología hay un principio ético y político y un resultado ético y político. Y aquí entra de facto una perspectiva feminista en la educación, citando de nuevo a Zafra, *romper esa tendencia a la repetición del mundo es lo que pretende una política y pensamiento como el feminismo, visibilizar la factacidad de estas asociaciones e iniciar cambios que permitan la libertad y la elección de las personas, sin sentenciar de antemano su futuro y trabajo en función de un cuerpo o de un nombre. No es aquí un problema llamarse María J. O J. María (manifiesto x0y1).*

Para acabar, una cita de Catherine Goldstein, historiadora matemática, que aparece en Corrales (2003) y es totalmente clarificadora:
"La cuestión principal para mí no es tanto explicar que dos teoremas no son lo mismo, o que la ciencia y el arte son empresas muy distintas, sino por qué el problema de sus semejanzas y diferencias se debería discutir como tal. ¿Por qué, como planteaba al comienzo de este artículo, habría de pensar alguien que el arte y la ciencia, el arte visual y las matemáticas, son diferentes o similares? La pregunta tiene dos caras. Una está ligada a la construcción misma del arte y la ciencia como diferentes en primer lugar, un prerrequisito necesario para considerar cualquiera de ellos como "el paraíso perdido del otro", y la dicotomía como una laguna mortal de nuestra civilización. La otra es la valoración de la identidad en vez de la diferencia. Ambos aspectos son profundamente políticos.
El problema de "las mujeres y la ciencia", entre otros, debería hacernos particularmente sensibles a los efectos de un dualismo crudo, incluso cuando el discurso es de reconciliación. En algunos casos, el tratar de borrar límites (inexistentes) nos hace pronunciar las palabras que dieron origen a estos límites, nos fuerza a repetir los gestos que los fortalecieron. Las ciencias y las artes no son lo mismo, pero tampoco lo son las matemáticas y la física, la biología y la química o la pintura y la arquitectura. Como no lo son la física de la cola de pegar y la teoría cuántica de campos, o la música de cámara y la ópera. ¿Por qué deberíamos separar estos temas en dos categorías puras, incluso si después sugerimos un marco para unirlas? ¿Para llenar entonces una con emociones y otra con razón? ¿Una con poder y la otra con convicción? Y por cierto, ¿de qué manera? Tales clichés apoyan el status quo. De nuevo, escoger el enfatizar la identidad más que la diferencia, o al revés, no es una elección políticamente neutral.
Cuando los algebristas franceses del siglo dieciséis escogieron consolidar su empresa humanística inventando un antepasado griego, Diofanto, para su disciplina, el álgebra, al tiempo que se distanciaban de sus inmediatos predecesores e inspiradores, los matemáticos islámicos, estaban simultáneamente muy comprometidos con los complicados asuntos de las leyes romana y francesa y la constitución de un estado moderno. Es de esperar que las representaciones colectivas también jueguen un papel decisivo en nuestro deseo de reconciliar dos culturas que obstinadamente construimos como separadas en el proceso."

BIBLIOGRAFÍA

Barbarán, Juan Jesús. "*Bibliografía de Mary Boole*". Divulgamat

Barreras, Miguel (2011): *"Experiencias en el aula de secundaria"*, en Geometrian Barrenako Ibilaldia/Un paseo por la Geometría. Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencia y Tecnología, UPV/EHU, Bilbao.

Baselga, Pilar; Ferrero, Gabriel; Ibáñez, Javier; Boni, Alejandra y Royo, Isabel (1999): "*El concepto de desarrollo humano sustentable como base para una estrategia formativa en las enseñanzas técnicas universitarias", e*n Congreso Análisis de 10 años de Desarrollo Humano. Bilbao

Bayer, Pilar (2004): *"Mujeres y Matemáticas"*. La Gaceta de la RSME, Vol. 7 nº1 enero-Abril 2004 (pp.55-71)

Burgués, Carmen y Giménez, Joaquim (2007): *"Formación de maestros en matemáticas: Un análisis desde la investigación"*. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española. Vol. 10, nº1 Enero-Abril 2007 (pp. 129-144)

Calderón, Alberto P. (1998): "*Reflexiones sobre el aprendizaje y enseñanza de la matemática"*. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española. Vol. 1, nº1. Enero-Abril 1998 (pp. 80-88)

Carrasco, Pilar (2004): "*Emmy Noether y el inicio del Álgebra Abstracta".* La Gaceta de la RSME. Vol. 7 nº2 (pp-331-346)

Corrales, Capi (2003): "*Matemáticas y matemáticas: vida y obra de Emmy Noether*," en Matemáticas y Matemáticos, J. Ferreirós y A. Durán, eds., Universidad de Sevilla 2003

Corrales, Capi (2001): *"El Teorema de Fermat"*, en Las matemáticas del siglo XX. Editorial Nívola 2000 (pp. 465-468)

Figueiras, Lourdes; Molero, María; Salvador, Adela; y Zuasti, Nieves (1998): *Género y matemáticas.* Editorial Síntesis, Madrid

González García, Marta I.; Pérez Sedeño, Eulalia (2002): "*Ciencia, Tecnología y Género"*. Revista Iberoamericana de Ciencia, Tecnología, Sociedad e Innovación CSIC, Nº2 Enero-Abril 2002, Madrid.

Instituto de Ciencias de la Educación (2007): "*Tema 11:Planteamientos metodológicos VI. Coeducación en Matemáticas"*, en Didáctica de las Matemáticas. Formación de profesores de educación secundaria. UCM, Instituto de Ciencias de la Educación, Salamanca

Marino, Eduardo; et al (2001): "*Ciencia, Tecnología y Sociedad: una aproximación conceptual."* Cuadernos de Iberoamérica. OIE

Massó, Esther (2004): "*Género y ciencia. Una relación fructífera".* Gazeta de Antropología nº20, abril 2004

Nomdedeu, Xaro (2000): *Mujeres, manzanas y matemáticas. Entretejidas.* Las matemáticas y sus personajes. Nivola, Madrid

Perdomo, Inmaculada (2010): "*Reflexiones sobre los estudios de ciencia, tecnología y género".* Revista Laguna nº 26, marzo 2010 (pp.79-93)

Pérez Sedeño, Eulalia (2011): *"Un paseo de la mano de las matemáticas"*, en Geometrian Barrenako Ibilaldia/Un paseo por la Geometría. Departamento de Matemáticas, Facultad de

Ciencia y Tecnología, UPV/EHU, Bilbao.

Pérez Sedeño, Eulalia (2009): "*Las mujeres en la historia de la ciencia".*

Pérez Sedeño, Eulalia (2008): "*Mitos, creencias, valores: cómo hacer más "científica" la ciencia; cómo hacer la "realidad" más real."* ISEGORÍA Revista de Filosofía Moral y Política nº38, enero-junio 2008 (pp.77-100)

Salvador, Adela y Molero, María (2008): "*Coeducación en la clase de matemáticas de Secundaria".* Matematicalia Revista digital de divulgación matemática. Vol 4, nº2 Abril 2008

Santesmases, María Jesús (2012): "*Género y ciencia: de la construcción del conocimiento a los aspectos profesionales"*. Congreso Mujeres y hombres: salud, ciencia y tecnología

Subirats, Marina; Cristina Brullet (1988): *Rosa y azul. La transmisión de los géneros en la escuela mixta.* Ministerio de Cultura, Instituto de la Mujer, Madrid

UNESCO-ICSU (1999): "*Declaración de Budapest. Declaración sobre la Ciencia y el uso del saber científico"*. Budapest

Zafra, Remedios (2013): *(h)adas. Mujeres que crean, programan, prosumen, teclean*. Páginas de espuma, Madrid